EXAMEN DE SELECTIVIDAD JUNIO 2012.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

Problema 1. Un comerciante quiere invertir hasta 1000 euros en la compras de dos tipos de aparatos, A y B, pudiendo almacenar en total hasta 80 aparatos. Cada aparato de tipo A cuesta 15 euros y lo vende a 22, cada uno del tipo B le cuesta 11 y lo vende a 17 euros. ¿Cuántos aparatos debe comprar de cada tipo para maximizar su beneficio? ¿Cuál es su beneficio máximo?

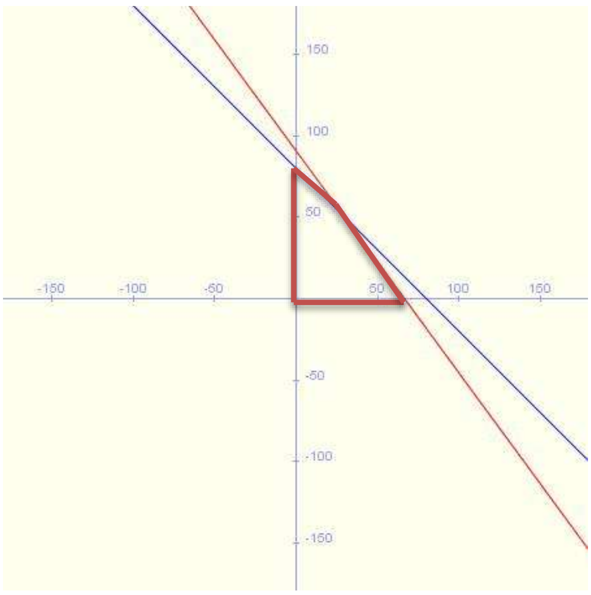
Definimos las variables

X= número de aparatos del tipo A

Y= Número de aparatos del tipo B

$$
\begin{aligned}
&Max: 7x+6y \\
&s.a: \quad \mathrm{x}+\mathrm{y} \leq 80 \\
&\qquad 15\mathrm{x}+11\mathrm{y} \leq 1000 \\
&\qquad \mathrm{x}, \mathrm{y} \geq 0
\end{aligned}
$$

AZUL	ROJA
$\mathrm{x}+\mathrm{y}=80$	$15\mathrm{x}+11\mathrm{y}=1000$
$\mathrm{x}=0 \rightarrow \mathrm{y}=80$	$\mathrm{x}=0 \rightarrow \mathrm{y}=1000/11=90{,}91$
$\mathrm{y}=0 \rightarrow \mathrm{x}=80$	$\mathrm{y}=0 \rightarrow \mathrm{x}=1000/15=66{,}66$



Puntos de corte son:

$$(0{,}0) \to 7 \cdot 0 + 6 \cdot 0 = 0$$
$$(0{,}80) \to 7 \cdot 0 + 6 \cdot 80 = 480$$
$$(30{,}50) \to 7 \cdot 30 + 6 \cdot 50 = 210 + 300 = 510$$
$$(66{,}66;0) \to 7 \cdot 66{,}66 + 6 \cdot 0 = 466{,}666...$$

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 7x + 6y = 1000 \end{cases} \to (30{,}50)$$

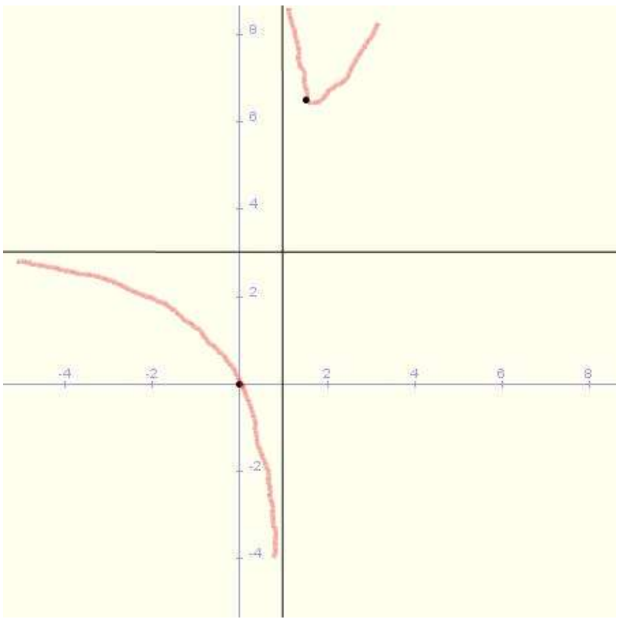
Solución

Hay que comprar 30 aparatos del tipo A y 50 aparatos del tipo B.

EL beneficio máximo es de 510 Euros.

Problema 2. Dibuja la gráfica de la función y=f(x) sabiendo que:

a) Está definida para todos los valores de x salvo para x=1, siendo la recta x=1 la única asíntota vertical.
b) La recta y=3 es la única asíntota horizontal.
c) El único punto de corte con los ejes es el (0,0)
d) La derivada de la función y=f(x) sólo se anula en x=3/2.
e) f'(x)<0 en el conjunto $\left]-\infty,1\right[\cup \left]1,3/2\right[$.
f) f'(x)>0 en el intervalo $\left]3/2,+\infty\right[$
g) f(3/2) = 13/2



Problema 3. El 15% de los habitantes de cierta población son socios de un club de futbol y el 3% son pelirrojos. Si los sucesos “ser socio de un club de futbol” y “ ser pelirrojo” son independientes, calcula las probabilidades de que al elegir al azar una habitante de esa población, dicho habitante:

a) Sea pelirrojo y no sea socio de un club de futbol.

<u>Datos</u>

$S = Ser\ Socio$

$\overline{S} = No\ ser\ Socio$

$P(S) = 0{,}15$

$P(\overline{S}) = 0{,}85$

$P = Ser\ Pelirrojo$

$\overline{P} = No\ ser\ pelirrojo$

$P(P) = 0{,}03$

$P(\overline{P}) = 0{,}97$

$$P\left(P \cap \overline{S}\right) = P(P) \cdot P\left(\overline{S}\right) = 0{,}03 \cdot 0{,}85 = 0{,}0255$$

b) Sea pelirrojo o sea socio de un club de futbol.

$$P\left(P \cup S\right) = P(P) + P(S) - P\left(P \cap S\right) = 0{,}03 + 0{,}15 - 0{,}03 \cdot 0{,}15 = 0{,}1755$$

c) Sea socio de un club de futbol si sabemos que no es pelirrojo.

$$P\left(S / \overline{P}\right) = \frac{P\left(S \cap \overline{P}\right)}{P\left(\overline{P}\right)} = \frac{0{,}15 \cdot 0{,}97}{0{,}97} = 0{,}15$$

OPCIÓN B

Problema 1. Dadas matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, obtén todas las matrices de la forma $X=\begin{pmatrix}x & 0\\ y & z\end{pmatrix}$, que satisfacen la relación $AX-XA=B$.

$$AX-XA=B$$
$$\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x & 0\\ y & z\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}x & 0\\ y & z\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & -2\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}x+2y & 2z\\ -x+3y & 3z\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}x & 2x\\ y-z & 2y+3z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & -2\end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix}2y & 2z-2x\\ -x+2y+z & -2y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & -2\end{pmatrix}\to\begin{matrix}2y=2\\ -2y=-2\end{matrix}\to y=1$$
$$\begin{cases}2z-2x=-6\\ -x+2y+z=-1\end{cases}\to\begin{cases}-2x+2z=-6\\ -x+z=-3\end{cases}\to\begin{matrix}F1=2F1\\ SCI\end{matrix}\to\begin{matrix}z=\lambda\\ x=\lambda+3\end{matrix}$$

SOLUCIÓN

$$X=\begin{pmatrix}\lambda+1 & 0\\ 1 & \lambda\end{pmatrix},\lambda\in\Re$$

Problema 2. Una empresa dispone de 15 comerciales que proporcionan unos ingresos por ventas de 5750 euros mensuales cada uno. Se calcula que por cada nuevo comercial que contrate la empresa los ingresos de cada uno disminuyen en 250 euros. Calcula:

a) Los ingresos mensuales de la empresa proporcionados por los 15 comerciales.

$$IM=15\cdot 5750=86250\,Euros$$

b) La función que determina los ingresos mensuales que se obtendrían si se contrataran x comerciales más.

x= número nuevos comerciales contratados

$$f(x)=(x+15)\cdot(5750-250\cdot x)=5750x-250\cdot x^2+15\cdot 5750-15\cdot 250\cdot x$$
$$f(x)=-250\cdot x^2+5750x-3750x+86250$$
$$f(x)=-250\cdot x^2+2000x+86250$$

c) El número total de comerciales que debe tener la empresa para que los ingresos por este medio sean máximos.

$$f(x) = -250 \cdot x^2 + 2000x + 86250$$
$$f'(x) = -500 \cdot x^2 + 2000 \to x = \frac{2000}{500} = 4$$
$$f''(x) = -500 \to f''(4) = -500 < 0 \to x = 4 \text{ hay un máximo}$$

SOLUCIÓN: Son necesarios 19 comerciales para la empresa máximice los ingresos.

d) Los ingresos máximos.

$$f(4) = -250 \cdot 4^2 + 2000 \cdot 4 + 86250 = 90250 \text{ Euros}$$

Problema 3. Tenemos tres urnas: la primera contiene 3 bolas azules, la segunda 2 bolas azules y 2 rojas y la tercera 1 bola azul y 3 rojas. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola. Calcula:

a) La probabilidad de que la bola extraída sea roja.

Urna 1: 3 A

Urna 2: 2A, 2R

Urna3: 1A, 3 R

$$P(R) = P(Urna1) \cdot P(R/Urna1) + P(Urna2) \cdot P(R/Urna2) + P(Urna3) \cdot P(R/Urna3) =$$
$$= \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

b) La probabilidad de que se haya elegido la segunda urna si la bola extraída ha sido roja.

$$P(Urna2/R) = \frac{P(Urna2 \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4}}{\frac{5}{12}} = \frac{2}{12} : \frac{5}{12} = \frac{2 \cdot 12}{12 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$